

## Taller

### Resolución de problemas:

#### Una alternativa viable para el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias

Mag. Alejandra Sánchez Ávila  
Universidad Estatal a Distancia  
[alsanchez@uned.ac.cr](mailto:alsanchez@uned.ac.cr)

MSc. Grettel Gutiérrez Ruíz  
Instituto Tecnológico de Costa Rica  
[ggutierrez@itcr.ac.cr](mailto:ggutierrez@itcr.ac.cr)

### Resumen

Se propone un experimento para determinar las características más importantes del movimiento parabólico, como una actividad didáctica para el estudio de contenidos matemáticos como la función cuadrática y algunos de sus elementos (vértice, concavidad, intersecciones con el eje de las abscisas y las ordenadas) y contenidos de la Física como: velocidad, distancia, movimiento rectilíneo vertical (altura) y movimiento rectilíneo horizontal (alcance).

### Objetivo General

Contrastar experimentalmente, las características más relevantes del movimiento parabólico a través de la combinación de conceptos matemáticos y físicos.

### Objetivos Específicos

- Aportar una situación problemática concreta que pueda utilizar el docente para el estudio de conceptos matemáticos y físicos.
- Estudiar experimentalmente los conceptos básicos del movimiento parabólico.
- Comparar algebraicamente la validez de los resultados obtenidos experimentalmente, utilizando para ello las leyes (fórmulas) de la física que rigen dicho movimiento.

### Recursos y materiales

Los materiales son fáciles de conseguir por el profesorado, a continuación se indica lo que cada grupo de tres personas requiere para implementar la actividad:

- a. Cinta métrica
- b. Cuerda
- c. Base y soporte de madera
- d. Manguera flexible
- e. Masking Tape
- f. Cronómetro

- g. Transportador
- h. 3 Botellas plásticas desechables de 2 litros
- i. Tuvo de PVC
- j. 1 hoja de papel
- k. Tijeras
- l. 1 hoja Font

## Introducción

Es común encontrar docentes enseñando matemática con metodologías muy tradicionales, tal y como fueron educados ellos, pues se dice que no hay nada más difícil que “desaprender”, esto a pesar de las nuevas tendencias en la enseñanza de dicha disciplina e incluso de la inserción de la tecnología como recurso didáctico. Este tipo de metodologías no ayudan mucho a que las lecciones de matemática sean motivantes y agradables para el alumno, pues, en muchos casos debe aguantar por 80 minutos un monólogo del profesor, algunas veces interrumpido por una interrogante con el fin de determinar si entendieron la explicación o si terminaron de copiar lo que estaba en la pizarra.

La propuesta de los nuevos planes de estudio de matemática busca romper con estos esquemas, pues pretende que los docentes costarricenses se enfrenten el desafío de la enseñanza la matemática utilizando la resolución de problemas y modelización de situaciones propias del entorno como estrategias metodológicas. Es por esto, que en este taller se implementa una actividad didáctica que además de ejemplificar los dos tipos de estrategias, permite relacionar el estudio de más de una disciplina y así, estudiar el mundo real en forma integral y no separado por áreas como, muchas veces se ha mal interpretado.

Durante casi 2000 años el conocimiento científico ha venido de la mano de la matemática, e incluso diferenciar entre matemático y científico no era posible:

- El griego Arquímedes es considerado uno de los matemáticos y científico más grandes de la historia, basó sus estudios en la relación de la matemática con el mundo real. Sus descubrimientos fueron utilizados para crear grandes máquinas de guerra como el cañón, fusil por ejemplo que se basaba en su famosa Ley de la palanca (contribución a la Estática). Al respecto, Ruíz (2003) indica que “Se conoce muy bien el principio que lleva su nombre y que afirma que al sumergirse un cuerpo en el agua, el agua ejerce sobre ese cuerpo una presión vertical de abajo hacia arriba que es igual al peso del

agua desplazada. Se dice que aquí empezó la hidrostática”.

- Refiriéndose a Herón, Ruíz (2003) señala que inventó una turbina de vapor (rudimentaria, por supuesto), un primer aparato para la transformación de la energía térmica en mecánica.
- En relación con la trigonometría se mencionan a Hiparco, Melenao y Ptolomeo en Alejandría, quienes se dedicaron a desarrollar el campo en función de la astronomía, la construcción de calendarios, la navegación y la geografía.

Se evidencia que en el pasado no existía una brecha tan grande entre las matemáticas y las ciencias y su estudio se inició en forma empírica. Durante los últimos siglos, la física ha sido una de las ciencias que ha evolucionado significativamente, a tal grado que sus resultados responden a leyes planteadas en lenguaje matemático, e incluso para muchos la física es sólo matemática aplicada.

### **Marco teórico**

Según Toranzos (1963) la enseñanza de la matemática responde a tres fines que son:

- **Formativo:** relacionado con la formación de la personalidad del estudiante y sus capacidades como: análisis, deducción, relación entre cosas y hechos de la vida real, precisión, generalización y creatividad en el abordaje de una misma situación desde diferentes puntos de vista.
- **Práctico:** relacionado con la utilización de conocimientos matemáticos para desenvolverse en el medio, es decir, realizar cálculos para gastar su dinero, estimar distancias, entre otros.
- **Instrumental:** relacionado con una base de conocimientos matemáticos que servirán para asimilar los contenidos de otras disciplinas, como es el caso específico que hoy se presenta entre la Matemática y otras Ciencias (Biología, Química y Física). El despeje de variables en una ecuación se requiere para el cálculo de la masa, el peso, la velocidad, entre otros.

Blum citado por Virrreal, Esteley y Smith (2011) señala que la denominación ‘aplicaciones y modelización’ ha sido usada para denotar todo tipo de relación entre el mundo real y la matemática (p.153) donde ‘mundo real’ es todo lo que tiene que ver con la naturaleza, la

sociedad o la cultura, incluyendo la vida cotidiana así como las materias de la escuela o la universidad o disciplinas científicas diferentes de la matemática.

Para Barbosa (2001) la actividad desarrollada en este taller se clasifica como él lo denomina Caso 2: el profesor describe una situación-problema de la realidad no matemática y los estudiantes recogen los datos e información necesarios para resolver tal situación.

En la propuesta de los nuevos programas de estudio de matemática el Ministerio de Educación Pública (2012) indica que:

La resolución de problemas corresponde a la necesidad de asumir estándares cuya conveniencia para la Educación Matemática ha sido ampliamente comprobada en la escala internacional. La contextualización que se propone busca fortalecer un papel estudiantil activo y comprometido con su aprendizaje, recalcando la identificación, uso y diseño de modelos matemáticos adecuados para cada nivel educativo. Se da una asociación entre estos dos ejes que obedece precisamente al enfoque principal de este currículo: la resolución de problemas en contextos reales.

En el mismo documento se menciona que:

La resolución de problemas como estrategia pedagógica se subrayará aquí como sustrato de un estilo de acción de aula. Para el aprendizaje de conocimientos dentro de la lección se propone una introducción de los nuevos tópicos que tome en cuenta cuatro pasos o momentos centrales:

- (1) propuesta de un problema,
- (2) trabajo estudiantil independiente,
- (3) discusión interactiva y comunicativa,
- (4) clausura o cierre.

En la metodología descrita en este documento se podrá notar la presencia de cada uno de los momentos mencionados anteriormente.

## **Desarrollo del Taller**

### **Contenidos**

En esta actividad se pretende estudiar experimentalmente los siguientes contenidos:

En el área de las Matemáticas:

- Trazo de una parábola.
- Concavidad
- Intersecciones con el eje de las abscisas.
- Vértice

En el área de las Ciencias:

- Movimiento parabólico
- Movimiento vertical
- Movimiento horizontal
- Desplazamiento
- Velocidad

## **Metodología**

La actividad se desarrollará en cuatro momentos principales:

### **1) Elaboración del cohete y el disparador**

El total de personas se formará en grupos de tres con el fin de que cada miembro tenga roles definidos y por tanto, se garantice la participación activa de todos durante la simulación y se hará de entrega a cada grupo de una guía de trabajo (Anexo), indicándoles la localización de los materiales requeridos.

Luego, todos los participantes se dispondrán a discutir el diseño del cohete y los pasos a seguir para lograr una óptima construcción del objeto

Al lograr un acuerdo, construyen el cohete.

### **2) Lanzamiento de cohetes**

Con el cohete ya listo, los participantes se dirigirán a un espacio libre para lanzarlo la cantidad de veces que sean necesarias para completar la guía.

En esta etapa un participante sostiene el cohete y fija el ángulo de despegue, otro salta sobre la botella y otro registra toda la información de interés, según la guía de trabajo.

### 3) Conclusiones

Cada grupo se reúne a consensuar las respuestas correspondientes a las interrogantes planteadas en la guía.

### 4) Socialización de conclusiones

El facilitador solicita a cada grupo la exposición y justificación de sus conclusiones, con el fin de analizar los resultados obtenidos y las posibles causas de la diferencia o similitud de datos.

### Referencias bibliográficas

*Barbosa (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In Anais da 24 Reunião Anual da Anped. Caxambu: ANPED. 1 CD-ROM.*

Blum, W. (2003). ICMI Study 14: Applications and modelling through project work. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik. The Int. Journal of Mathematics Education, 38 (2), 163-177.

MEP. (2012). Reforma curricular en ética, estética y ciudadanía. Programas de estudio de Matemática I y II ciclo de la educación primaria, III ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada.

San José, Costa Rica.

Murphy, P. y Lambertson, P. (2003). The Math Explorer. San Francisco: Exploratorium.

Ruíz, A. (2003). Historia de las matemáticas. EUNED. Costa Rica.

Toranzos, F. (1963). Enseñanza de la Matemática. Editorial Kapelusz. Argentina.

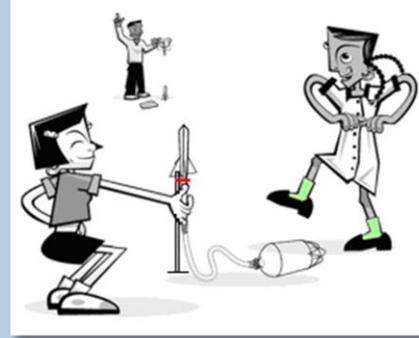
Villareal, M.; Esteley, C. y Smith, S. (2011). Desafíos y decisiones de profesores de matemática en escenarios de modelización: el diseño de un proyecto para el aula. En XIII Conferencia Interamericana de Educação Matemática (CIAEM). Recife.

# ANEXO<sup>1</sup>

## Guía de Trabajo: Lanzando cohetes

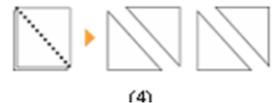
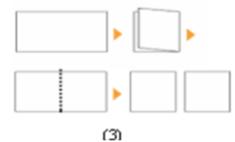
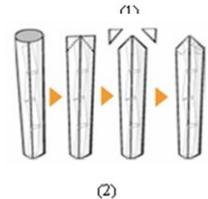
### Materiales

- a. Cinta métrica
- b. Cuerda
- c. Base y soporte de madera
- d. Manguera flexible
- e. Masking Tape
- f. Cronómetro
- g. Transportador
- h. 3 Botellas plásticas desechable de 2 litros
- i. Tubo de PVC
- j. 1 hoja de papel
- k. 1 hoja Font
- l. Tijeras



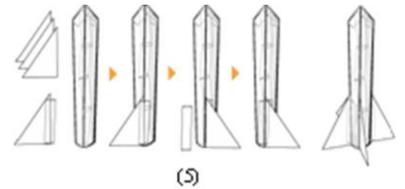
### Procedimiento para construir el cohete

1. Arrolle la hoja de papel en el tubo PVC, de forma tal que se pueda deslizar fácilmente. Utilice el masking tape para formar un “tubo” de papel.(1)
2. Corte uno de los extremos del “tubo de papel” de manera que parezca una flecha, luego con el masking tape ciérrelo siempre manteniendo la forma de flecha (2). Esta es la cabeza del cohete.
3. Para construir los alerones del cohete, doble la hoja de font por la mitad y córtela. (3)
4. Corte cada una de las partes, de manera que obtenga dos triángulos rectángulos iguales por cada mitad. (4). Cada triángulo representara un alerón del cohete.



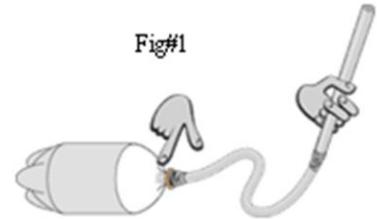
<sup>1</sup> La presente es una modificación de la guía “Disparando cohetes” elaborada en el marco del Proyecto Capacitación para la integración de Ciencias, Inglés, Matemática y Tecnología (CICIMAT) con la participación del TEC, CRUSA y MEP.

5. Con el masking tape, pegue cada uno de los alerones a la base del cohete, procurando guardar la simetría.(5)

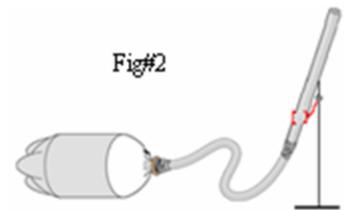


#### Procedimiento para construir el disparador

1. Destape la botella e inserte dentro de la misma una pulgada de la manguera.
2. Selle con el masking tape la unión botella-manguera, de manera que no existan fugas.
3. Inserte aproximadamente 1 pulgada del extremo libre de la manguera dentro del tubo de PVC.
4. Selle con el masking tape la unión manguera-tubo, de manera que no existan fugas. (Fig#1)



5. Utilice la base y el soporte de madera para colocar el tubo de PVC, de tal forma que logre posicionarlo en diferentes ángulos. (Fig#2)
6. Ahora el sistema está listo para realizar el disparo, con solo presionar la botella con el pie.



#### Procedimiento para lanzar el cohete

1. Alinee el cohete a un ángulo de 15 grados.
2. Un miembro del grupo presionará la botella, con el pie, mientras que otro, con ayuda de un cronómetro, tomará el tiempo de vuelo.
3. Con la cuerda y la cinta métrica mida el alcance máximo horizontal.
4. Repita los puntos 2 y 3 tres veces y obtenga el tiempo de vuelo promedio y el alcance máximo horizontal promedio para un ángulo de disparo de 15 grados.

Tabla #1. Datos sobre el lanzamiento del cohete con un ángulo de 15°

Ángulo (°)	Tiempo de vuelo (s)	Alcance máximo horizontal (m)
15		
15		
15		

Tiempo de vuelo promedio \_\_\_\_\_

Alcance máximo horizontal promedio \_\_\_\_\_

5. Repita los puntos del 1 al 4 para ángulos de 30, 45, 60 y 75 grados.

Tabla #2. Datos sobre el lanzamiento del cohete con un ángulo de 30°

Ángulo (°)	Tiempo de vuelo (s)	Alcance máximo horizontal (m)
30		
30		
30		

Tiempo de vuelo promedio \_\_\_\_\_

Alcance máximo horizontal promedio \_\_\_\_\_

Tabla #3. Datos sobre el lanzamiento del cohete con un ángulo de 45°

Ángulo (°)	Tiempo de vuelo (s)	Alcance máximo horizontal (m)
45		
45		
45		

Tiempo de vuelo promedio \_\_\_\_\_

Alcance máximo horizontal promedio \_\_\_\_\_

Tabla #4. Datos sobre el lanzamiento del cohete con un ángulo de  $60^\circ$

Ángulo ( $^\circ$ )	Tiempo de vuelo (s)	Alcance máximo horizontal (m)
60		
60		
60		

Tiempo de vuelo promedio \_\_\_\_\_

Alcance máximo horizontal promedio \_\_\_\_\_

Tabla #5. Datos sobre el lanzamiento del cohete con un ángulo de  $75^\circ$

Ángulo ( $^\circ$ )	Tiempo de vuelo (s)	Alcance máximo horizontal (m)
75		
75		
75		

Tiempo de vuelo promedio \_\_\_\_\_

Alcance máximo horizontal promedio \_\_\_\_\_

Tabla #6. Datos sobre el lanzamiento del cohete con un ángulo de  $90^\circ$

Ángulo ( $^\circ$ )	Tiempo de vuelo (s)	Alcance máximo horizontal (m)
90		
90		
90		

Tiempo de vuelo promedio \_\_\_\_\_

Alcance máximo horizontal promedio \_\_\_\_\_

6. Complete la siguiente tabla de resultados:

Tabla #7. Datos sobre los lanzamientos del cohete con ángulos de  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  y  $90^\circ$

Ángulo ( $^\circ$ )	Tiempo de vuelo (s)	Alcance máximo horizontal (m)
15		
30		
45		
60		
75		
90		

Preguntas:

1. ¿Qué fuerza impulsa al cohete a volar?
2. ¿Qué conclusiones se obtienen a partir de la tabla #6?
3. ¿En qué condiciones el cohete alcanza la altura máxima y el desplazamiento máximo horizontal?
4. ¿Qué se puede decir de dos proyectiles disparados bajo las mismas condiciones, a ángulos complementarios?
5. ¿Qué modificaciones haría usted al cohete, para que vuele mejor?